

SOBRE LA ESTABILIDAD DEL MOVIMIENTO DE LAS PALAS DEL AUTOGIRO

Por

Antonio Senyé-Pocino

1. INTRODUCCIÓN

A últimos de septiembre del año 2007, se hizo un acto oficial conmemorando el tricentésimo aniversario del gran matemático, físico, por que no, ingeniero y arquitecto alemán *Euler*. Su título: 'Abstracts Congres Internacional 300 Aniversari Leonhard Euler (1707-2007)'. Estaba organizado, conjuntamente, por el 'Grup de Recerca d'Historia de la Ciència i de la Tècnica' y del 'Departament de Matemàtica Aplicada I' de la 'Universitat Politècnica de Catalunya' que, en principi, es la más adecuada a la rama de las ciencias aplicadas. Nos apuntamos, confiados en que trabajos aplicados a las ramas de la ingeniería, que, más adelante, les encontraríamos unas aplicaciones prácticas inmediatas: problemas, trabajos dirigidos, etc... Pero no fue así.

La sociedad se divide en varias ramas de las ciencias y de las letras. Se denomina 'Ciencias Aplicadas' al conjunto de ciencias que se caracterizan por su aplicación práctica: Ingeniería, Arquitectura, Informática,... Incluiremos, expresamente, a las 'Ciencias Sanitarias' (Medicina y Veterinaria) en este grupo. Por contra, hay otras (Ciencias Puras) que se caracterizan por la investigación básica, es decir, a los descubrimientos de leyes universales 'no generalmente aplicables de inmediato'. Como ejemplo, citaremos Matemáticas, Física y Química, entre muchas.

Los ingenieros, arquitectos, médicos,... nos permiten calcular puentes colgantes, arriesgadas estructuras, las palas del autogiro, los parámetros de un condensador, diseñar un tractor, extirpación del útero con anexos, laparoscópica preperitoneal, etc... Y con los decimales precisos: la 'regla de cálculo'; aparcada con las siniestras 'maquinitas' electrónicas... En cambio, los físicos, químicos y matemáticos son proclives a la abstracción, con infinitas ecuaciones o complejas integrales sin resultado prácticos ninguno. Después, unos cuantos sabios y artífices polivalentes: Puig-Adam, Newton, Bessel, Rey Pastor, la saga de los Bernouilli, Riccati,... Convierten estas ecuaciones abstractas en otras aplicaciones prácticas para los ingenieros. Las Escuelas 'DEBIERAN' ser siempre regidas por Ingenieros o Arquitectos,...

Decía el célebre *Prof. Dr. Pedro Puig-Adam*: '...Aun siendo de naturaleza abstracta (las Matemáticas), no deben desligarse nunca del juego de abstracciones y concreciones que, por una parte las originan y, por otra, les dan aplicación so pena de perder lo más importante de su valor educativo e incluso de hacerse estériles para su evolución posterior'...

Como ejemplo, hemos seleccionado uno que le causó especial satisfacción fue 'Sobre la estabilidad del movimiento de las palas del autogiro' (*Revista de Aeronáutica, Septiembre del año 1934*) en la que respondió al problema que le planteó personalmente el ingeniero *Juan de la Cierva*, que tenía en construcción un modelo de autogiro para velocidades mayores que las ya ensayadas y en el que le propuso la estabilidad del movimiento de las palas del mismo, expresado por una ecuación diferencial lineal, homogénea y de coeficientes periódicos.

Puig Adam resolvió el problema en colaboración con sus alumnos de la Escuela Superior Aerotecnia, aplicando métodos numéricos de Runge y gráficos de Meissner, encontrando resultados que confirmaban plenamente las intuiciones de *De la Cierva*.

2. LOS PERSONAJES

El inventor del Autogiro, *Don Juan de la Cierva Codorniu*, nació en Murcia el 21 de Septiembre del año 1885. En diciembre del año 1904, *Don Juan de la Cierva Peñafiel*, padre de su hijo, fue nombrado ministro de *Instrucción Pública* y decidió trasladar su familia a Madrid. Murió de accidente, en el año 1936, en *Croydon*, cerca de *Londres*.

Las primeras pruebas fracasaron; dos 'saltamontes monstruosos', según la expresión del propio *La Cierva*, constituyeron los primeros modelos experimentales del autogiro, con ninguno de los cuales pudo volar su inventor. Llegó a construir hasta ciento veinte prototipos diferentes, introduciendo constantes mejoras en su invento, tales como el arranque y giro del rotor de sustentación por medio del motor del aparato, y sucesivas simplificaciones que le permitieron obtener, en 1934, el despegue vertical sin necesidad de pistas.

La trayectoria seguida a partir de este momento significó una serie de perfeccionamientos continuados, con más interés industrial que el meramente tecnológico, si bien hay que resaltar que *La Cierva* se preocupó de una manera creciente por los problemas matemáticos de la sustentación del autogiro, como prueban sus contactos con el matemático *Puig-Adam*.

Pedro Puig Adam nació en Barcelona, el 12 de mayo del año 1900. Parece que esto le hacía ilusión porque siempre que hablaba de su edad añadía '*yo voy con el siglo*'... Cursó la enseñanza media en su ciudad natal en el *Instituto Masculino de Barcelona* e inició después los estudios de Ingeniería Industrial, simultaneándolos con los de Ciencias Exactas.

Se trasladó a Madrid para hacer el Doctorado en Matemáticas. En 1921 lee su tesis doctoral titulada: 'Resolución de algunos problemas elementales de Mecánica relativista restringida' obteniendo Premio Extraordinario. Trabajó después como *Profesor Auxiliar de Geometría* y como Profesor de la *Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)*, de la *Universidad Pontificia Comillas*.

En el año 1926, obtiene la *Cátedra de Matemáticas del Instituto San Isidro* de Madrid que ocuparía hasta 1960, el año de su muerte. De entonces arranca su vocación por la didáctica, que alterna con la investigación. En este Instituto fue profesor de destacadas figuras de la vida política y cultural española, entre otros *Don Juan de Borbón* y de su hijo, el *Rey Juan Carlos de Borbón*...

En el año 1931, terminó la carrera de *Ingeniero Industrial* y tres años más tarde comienza a trabajar como *Profesor* de dicha *Escuela*, obteniendo la *Cátedra de Extensión de Cálculo* en el año 1946. Fue también *Profesor de Cálculo* de la *Escuela Superior de Aerotecnia*, y encargado de la *Cátedra de Metodología y Didáctica* de la *Facultad de Ciencias* de la *Universidad Central* y asesor de la enseñanza de la *Matemática del Profesorado de Institutos Laborales*, todo en *Madrid*.



Juan de la Cierva Codorniu



Pedro Puig Adam

Murió en *Madrid* el 12 de enero del año 1960, siendo sepultado en la Sacramental de San Isidro.

3. LA ECUACIÓN DEL AUTOGIRO

En el año 1928, se creó bajo la dirección de *Emilio Herrera* la *Escuela Superior Aerotécnica*. Empieza a funcionar en el año 1930, con dos cursos de ciencias básicas y otros dos de especialización en *Aeromotores* y *Aeronaves*, abiertos a los titulados de otras *Escuelas de Ingeniería*. Lo novedoso de este proyecto está en la selección del profesorado. *Emilio Herrera* contrató a los profesores más prestigiosos de la Universidad Española; entre ellos *Esteban Terradas*, *Navarro Borrás*, *Puig Adam*, *Julio Palacios*, *Julio Rey Pastor*,....

En el año 1934, en una conferencia dada durante su última estancia en Madrid, en la *Escuela Superior Aerotécnica*, el inventor del autogiro, *Sr. La Cierva*, nos propuso el estudio de las soluciones de la ecuación, de segundo orden, lineal, con coeficientes variables, que se le preguntó al plantear las posibles oscilaciones de la pala del autogiro, caracterizadas por la variación del ángulo de desviación (altura o depresión) respecto de su posición de equilibrio dinámico durante el giro, en función del ángulo azimutal y de la misma. El catedrático *Puig-Adam* aceptó el reto y los resultados son estos.

La ecuación es:

$$m \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{3}{4} + \lambda \cdot \sin(\varphi) \right) \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} + \left(m + \lambda \cdot \cos(\varphi) + \frac{3}{4} \lambda^2 \cdot \sin(2\varphi) \right) \theta = 0$$

Donde:

- φ Variable independiente. Es el ángulo azimutal de la pala.
- θ Es la función. Es el ángulo de desviación (altura o depresión) de la pala respecto de su posición de equilibrio dinámico durante el giro.
- λ Es el primer parámetro. Relación entre la velocidad de avance del autogiro y la velocidad periférica. Su valor varía según el régimen de velocidad, creciendo con ella. El señor *La Cierva* conceptúa $\lambda=1$ como un buen valor límite, con miras a futuros perfeccionamientos del autogiro (autogiro ultrarrápido). No tiene dimensiones.
- m Es el segundo parámetro. Es la relación entre las masas del volumen de aire contenido en un paralelepípedo rectángulo de lados iguales al radio del rotor y la anchura de la pala (debe multiplicarse por dos), y de otra parte, la masa de la pala. Su valor varía de unos a otros autogiros entre límites extremos $m=0,15$ y $m=1,00$, pero para un autogiro determinado permanece sensiblemente fijo (salvo grandes variaciones de densidad del aire). Puede tomarse $m=0,5$ como un valor medio aceptable.

La ecuación es de segundo grado, lineal, homogénea y de coeficientes periódicos; esta 'periodicidad natural' está fijada por el movimiento del giro de la pala.

En otoño del año 1935, el aeroplano C-30, de 140 CV, fue el primer autogiro de salto vertical, de dos palas. Había sido dotado de una cabeza de rotor especial con las articulaciones de arrastre formando un ángulo de 25° con la horizontal, en vez de ser vertical. Con el lanzador embragado, las palas giraban alrededor de las articulaciones de arrastre hasta apoyarse en los topes posteriores, adoptando un paso nulo. Al desembragar el lanzador, la inercia llevaba las palas a los topes delanteros, alcanzando el paso positivo normal de vuelo.

4. LOS RESULTADOS

Los resultados concuerdan perfectamente con el tedioso cálculo de las columnas de Puig-Adam, con las que se pudo poner de manifiesto la deseada estabilidad. Es de destacar el papel de los alumnos de la cátedra de 'Cálculo' de la Escuela Superior Aerotécnica de Madrid, aplicando distintos métodos de integración aproximada a la ecuación pedida.

El ordenador es de sobremesa y clónico. El procesador es un 'XEN', de la serie 'x86', Family 6, Modelo 'Authentic AMD' a ~1999 MHz.

El sistema operativo es 'Microsoft Windows XP Professional', Versión 5.1.2600 (Service Pack 2) y el fabricante del sistema operativo es 'Microsoft Corporation'.

La memoria física total es de 447,48 MB y la memoria actual física disponible es 117,48 MB. Memoria virtual total es de 2,00 GB y la actual memoria virtual disponible es de 1,96 GB.

El programa de dibujo es 'Grapher', Versión 4.00, en lenguaje C⁺, de la casa 'Golden Softwarwe, Inc.' (Golden, Colorado, USA), del año 2002.

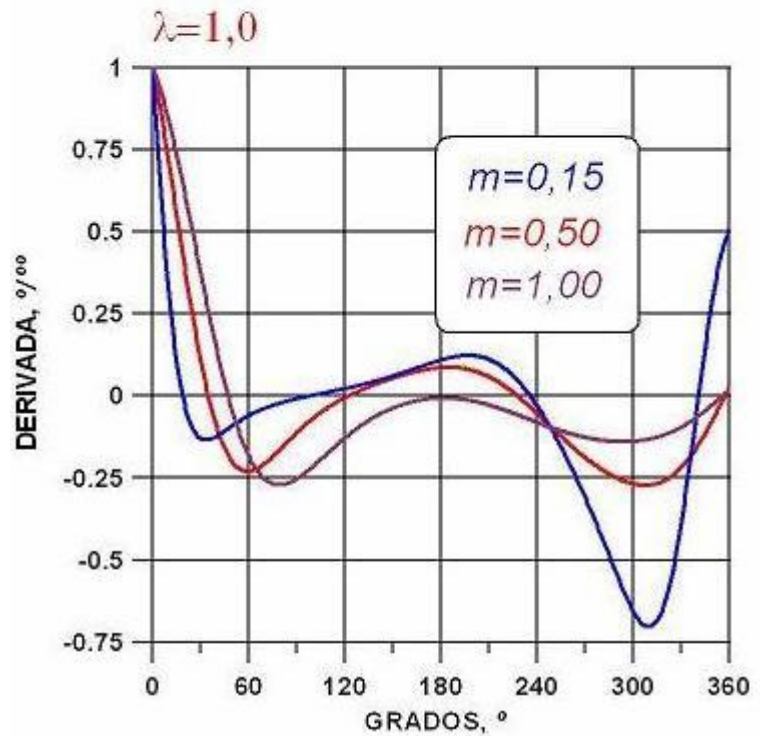
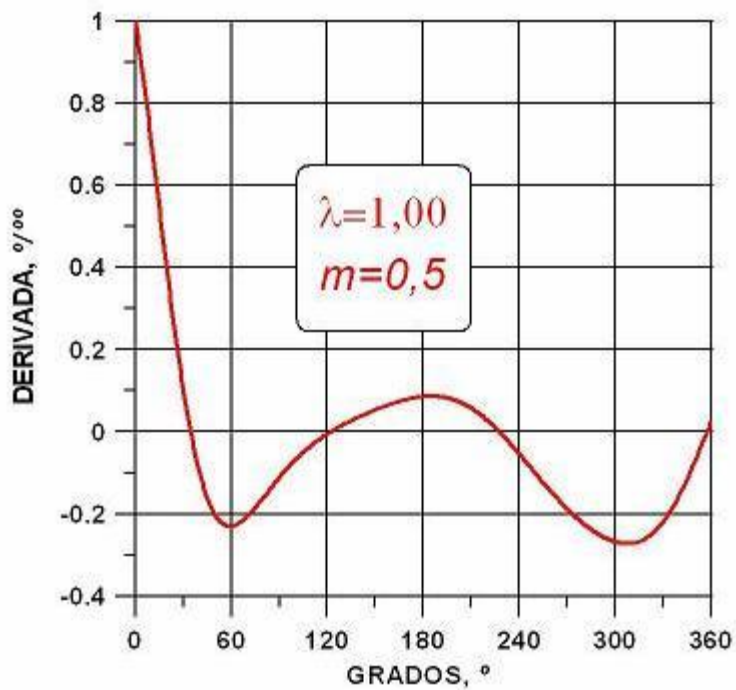
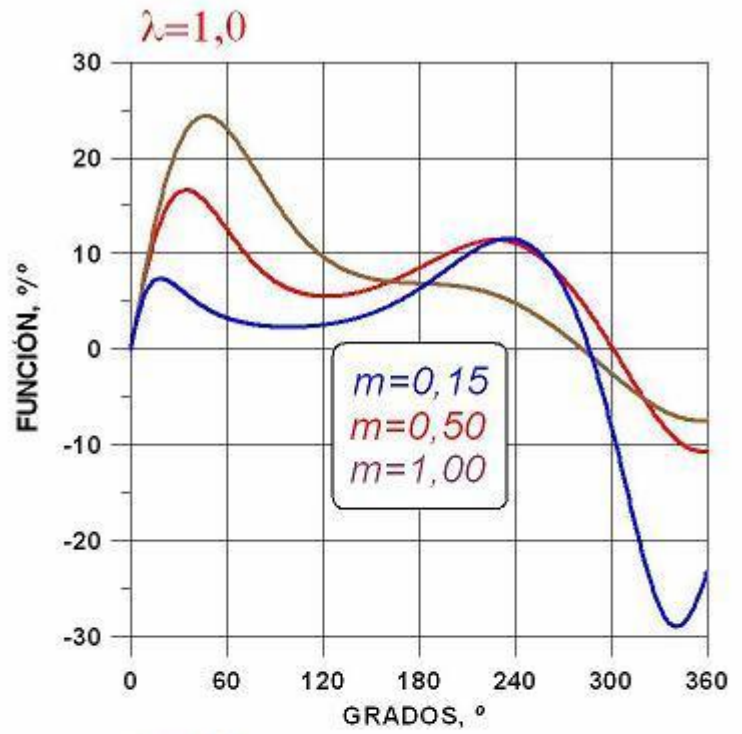
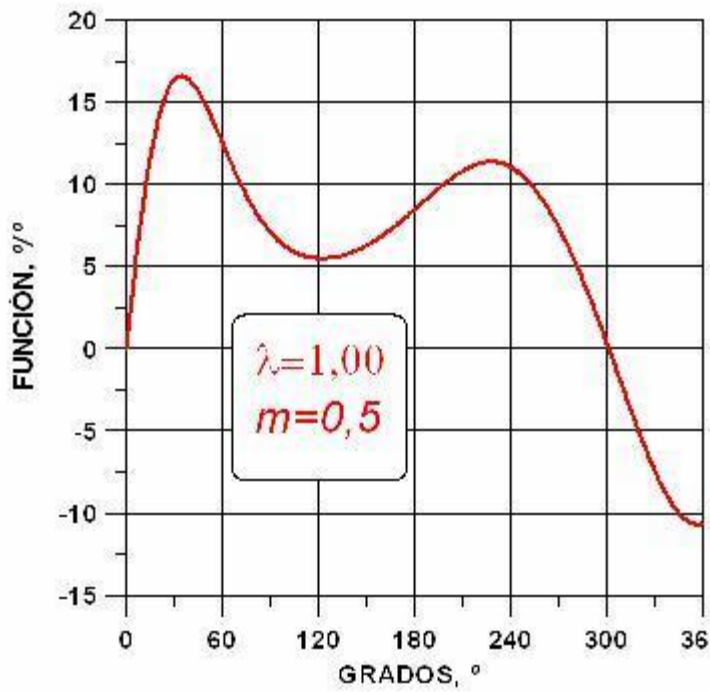
El lenguaje de programación es el FORTRAN-IV con un *compilador* 'Ryan-McFarland Corp.', del año 1987. El editor de texto es el 'TextPad', edición de 32 bits, que puede editar archivos hasta los límites de la memoria virtual y funciona con 'MS Windows™ 2000' y 'MS Windows™ 2000XP', etc... El paso está puesto a 10^{-5} , pero no está optimizado. El resultado no llega a un 1 segundo.

Representamos, pues, la función y la primera derivada.

5. BIBLIOGRAFÍA

- ABRAMOWITZ, M., and I.A. STEGUN, 'Handbook of Mathematical Functions', Ninth Printing, Dover, New York, 1972. (Página 896)
- PUIG-ADAM, P., 'Ecuaciones Diferenciales', Tomo II, Novena Edición, Nuevas Gráficas, Madrid, 1966. (Páginas 204-205)
- PUIG-ADAM, P., 'Sobre la estabilidad del movimiento de las palas del autogiro', 'Revista de Aeronáutica', Madrid, Septiembre, 1934. (Páginas 478-485).
- BLANCO PEDRAZA, P., 'Juan de la Cierva y su Contribución al Desarrollo de Aeronaves de Alas Giratorias', 'Revista de Obras Públicas', Madrid, Febrero, 1959, Número 2926, (Páginas 57-78).

6. LAS FIGURAS



ANEXO

Programa 'CIERVA'

(Lenguaje FORTRAN IV, Compilador 'RYAN-McFARLAND Corp., 1987)


```

FIN= FIN + H
C
C
C
C |=====|
C |          |
C |          D E C I D E          |
C |          |
C |=====|
C
C
C
N=N+1
FING=FIN*57.29578
THG=TH*57.29578
SFI=SIN(FIN)
CFI=COS(FIN)
C
C
201 IF(N.EQ.1000) WRITE(50,201) FING,THG,DTH,SFI,CFI
      FORMAT(5(7X,1PD15.6))
C
C
      IF(N.EQ.1000) N=0
C
C
      IF(FIN.GT.6.283185) GOTO 350
C
C
      GOTO 100
C
C
350 CONTINUE
C
C
STOP
END
C
C
C
C |=====|
C |          |
C | RESOLCION DE LA ECUACION DE LA CIERVA (1934) |
C |          |
C |=====|
C |          |
C | MU*Y2+          |
C | (3.0/4.0+LAMBDA*SIN(FI))*Y1+          |
C | (MU+LAMBDA*COS(FI)+(3.0/4.0)*LAMBDA*          |
C | LAMBDA*SIN(2.0*FI))*Y=0.0          |
C |          |
C |=====|
C
C
FUNCTION F(FI,TH0,DTH)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C
COMMON/RUNGE/ALAM,AMU
C
A=((3.0/4.0)+ALAM*SIN(FI))*DTH + (AMU+ALAM*COS(FI) +
1 (3.0/4.0)*ALAM*ALAM*2.0*SIN(FI)*COS(FI))*TH0
F=-A/AMU
RETURN
END

```

Revista Katharsis
[http:// www.revistakatharsis.org/](http://www.revistakatharsis.org/)

Depósito Legal: MA-1071/06
Edición digital © Copyright Antonio Senyé-Pocino 2008.